

**Lois de vitesse d'ordre 1, équation différentielle et $t_{1/2}$**

« Suivre et modéliser l'évolution temporelle d'un système siège d'une transformation chimique »

Soit une réaction faisant intervenir 2 réactifs et des produits

**Loi de vitesse d'ordre 1**

Une réaction chimique obéit à une loi de vitesse d'ordre 1 si la vitesse volumique de disparition est proportionnelle à la concentration du réactif

$$v_{d,R} = k \times [R]_{(t)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{d'ordre d'une} \\ \text{réaction } \alpha \\ v_{d,R} = k [R]^\alpha \\ \alpha = 0 \quad v_{d,R} = k \\ \alpha = 2 \quad v_{d,R} = k [R]^2 \end{array} \right.$$

k (s⁻¹) est la constante de réaction et peut être calculée graphiquement (coef directeur de la droite $v_{d,R} = f([R])$)

- Savoir établir l'équation différentielle vérifiée par $[R]$ dans le cas où $\alpha = 1$

$$\text{On a } v_{d,R} = - \frac{d[R]_{(t)}}{dt} = k \times [R]_{(t)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d[R]_{(t)}}{dt} + k \times [R]_{(t)} = 0} \quad \text{équation différentielle}$$

- Savoir vérifier qu'une fonction est solution de l'équation différentielle

Soit $[R]_{(t)} = A \times e^{-k \times t}$ avec A est une constante à déterminer

Vérifions que cette fonction est solution de l'équa. diff.

$$\begin{aligned} \frac{d[R]_{(t)}}{dt} + k \times [R]_{(t)} &= A \times (-k) \times e^{-kt} + k \times A e^{-kt} \\ &= -k \times A e^{-kt} + k \times A e^{-kt} = 0 \end{aligned}$$

Donc cette fonction est bien solution de l'éq. diff.

- Savoir déterminer la constante A si elle n'est pas donnée.

$$[R]_{(t)} = A e^{-kt} \quad A \text{ à } t=0 \Rightarrow [R]_{(t=0)} = [R]_i = A \times e^{-k \times 0}$$

$$\Rightarrow [R]_i = A \quad \Rightarrow [R]_{(t)} = [R]_i \times e^{-kt}$$

- Savoir démontrer (ou exploiter) que la courbe

$$\ln \frac{[R](t)}{[R]_i} = f(t) \text{ est une droite.}$$

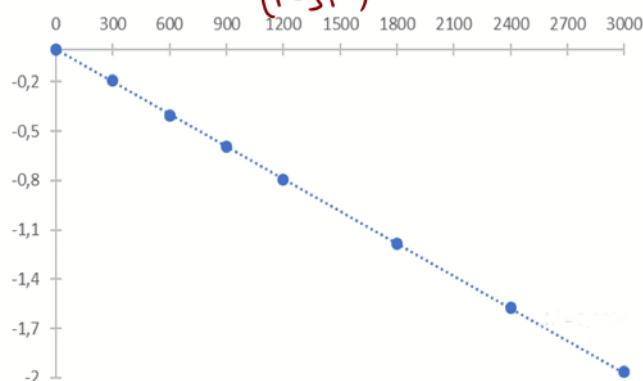
$$[R](t) = [R]_i e^{-kt} \Rightarrow \frac{[R](t)}{[R]_i} = e^{-kt}$$

$$\ln\left(\frac{[R](t)}{[R]_i}\right) = f(\text{temps})$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{[R](t)}{[R]_i}\right) = \ln(e^{-kt})$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{[R](t)}{[R]_i}\right) = -k \times t$$

la courbe est une droite passant par l'origine et de pente négative.



(New)

- Savoir exprimer $t_{1/2}$ dans le cas d'une loi de vitesse d'ordre 1

On sait que après une durée $t_{1/2}$, la concentration $[R]$ est divisée par 2

$$\left. \begin{aligned} \Rightarrow [R]_{(t=t_{1/2})} &= \frac{[R]_i}{2} \\ \text{de plus } [R]_{t=t_{1/2}} &= [R]_i e^{-k \times t_{1/2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cancel{[R]_i} e^{-k \times t_{1/2}} = \frac{\cancel{[R]_i}}{2}$$

$$\text{donc } e^{-k \times t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \ln(e^{-k \times t_{1/2}}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow -k \times t_{1/2} = -\ln 2$$

$$\Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$$

$\left\{ \begin{array}{l} t_{1/2} \text{ ne dépend pas de } [R]_i \\ k \text{ ne dépend que de la } T^\circ \\ \text{pas de } [R]_i \end{array} \right.$